Программа коллоквиума #2 по курсу «Уравнения в частных производных»:

1. Функционал энергии внутренней задачи Робена для равномерно эллиптического оператора.
2. Обобщённые производные, их свойства.
3. Пространство Соболева $H^k(\Omega)$ в ограниченной области Ω порядка k: определение. Полнота пространств Соболева.
4. Простые свойства пространств Соболева.
5. Теорема о финитном ограниченном продолжении функций из пространства Соболева (строгая формулировка, идеи доказательства).
6. Принцип разбиения единицы для компактных подмножество в R^n.
7. Понятие о компактном операторе между гильбертовыми пространствами. Теорема о компактном вложении (простой случай теоремы Реллиха-Гординга).
8. Теорема вложения Соболева.
9. Принцип непрерывного продолжения операторов. Конструкция оператора следа $T : H^1(\Omega) \to L_2(\partial\Omega)$.
10. Свойства оператора следа: пространство $H_0^1(\Omega)$, эквивалентные определения.
11. Пространство следов: эквивалентная норма, полнота.
12. Теорема о (тонком) поднятии.
13. Равномерно эллиптические операторы второго порядка. Дивергентная форма.
14. Формула для формально сопряжённого оператора. Дивергентные (формально сопряжённые) равномерно эллиптические операторы второго порядка.
15. Постановка стандартных внутренних краевых задач для равномерно эллиптического уравнения второго порядка (задачи Дирихле, задачи Неймана, задачи Робена).
16. Определение обобщённых решений внутренней задачи Дирихле.
17. Определение обобщённых решений внутренней задачи Робена.

18. Корректность (однозначная разрешимость и устойчивость) внутренней задачи Дирихле для дивергентного равномерно эллиптического уравнения второго порядка.

19. Корректность (однозначная разрешимость и устойчивость) внутренней задачи Робена для дивергентного равномерно эллиптического уравнения второго порядка.

20. Фредгольмовы операторы между гильбертовыми пространствами: определение, индекс.

21. Теорема Рисса–Шаудера.

22. Фредгольмова разрешимость задачи Неймана для анизотропного уравнения Пуассона. Критерий разрешимости в явной форме.

23. Фредгольмова разрешимость внутренней задачи Дирихле для равномерно эллиптического уравнения второго порядка. Сопряжённая задача. Критерий разрешимости в интегральной форме.

24. Фредгольмова разрешимость внутренней задачи Робена для равномерно эллиптического уравнения второго порядка. Сопряжённая задача. Критерий разрешимости в интегральной форме.

25. Теорема Гильберта-Шмидта о спектре и собственных элементах компактного самосопряжённого оператора в гилбертовом пространстве.

26. Определение обобщённых с.з. и с.ф. дивергентного равномерно эллиптического оператора с условиями Дирихле/Неймана/Робена на границе области определения.

27. Теорема о спектре и (обобщённых) с.ф. дивергентного равномерно эллиптического оператора второго порядка с условиями Дирихле на границе области определения.

28. Постановка первой/второй/третьей начально-краевой задачи для параболического уравнения второго порядка. Определение обобщённых решений (краевые условия однородные).

29. Постановка первой/второй/третьей начально-краевой для гиперболического уравнения второго порядка. Определение обобщённых решений (краевые условия однородные).

30. Единственность обобщённого решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности / волнового уравнения: bare-handed proofs.

31. Метод Фурье построения решения первой начально-краевой задачи для параболического уравнения. Обоснование метода в случае уравнения теплопроводности. Теорема о корректности.

32. Метод Фурье построения решения первой начально-краевой задачи для гиперболического уравнения. Обоснование метода в случае волнового уравнения. Теорема о корректности.